جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

السنة الثانية – الفصل الدراسي الثاني

2017-2018

التحليل العددي

المحاضرة النظرية الأولى

تتوافر هذه المحاضرة ورقياً بمكتبة تشرين للخدمات الجامعية

حمص (النفق الرئيسي لجامعة البعث)

و تتوافر الكترونياً بموقع *Math.is-best.net* لطلاب قسم الرياضيات بجامعة البعث

إعداد : داني محفوض

مقدِّمة المادة ...

التحليل العددي – مقرَّر فصل ثاني – لطلاب السنة الثَّانية

بماذا يهتم التحليل العددي ؟ لماذا يتوجب على كل فيزيائي و مهندس أن يملك ولو فكرة بسيطة عن التحليل العددي ؟ و نحن كمتخصصين بدراسة علوم الرياضيات خصِّص لنا مقرَّر بأكمله لدراسة التحليل العادي ؟!

نقرأ في مايلي لمحة عامة و تاريخية عن التحليل العددي (- للاطلاع -)

إنَّ التسمية الدقيقة لهذا المجال هي التحليل العددي (numerical analyses) .. و البعض يطلق تسمية الرياضيات العددية ..

ما هو سبب وجود هذا المجال (التحليل العددي) ؟ **هناك كم كبير من المسائل و الأبحاث العلمية في مختلف العلوم الرياضية و التطبيقية الفيزيائية و الهندسية و غيرها من أفرع أخرى , يتعذَّر حلها و استخلاص نتائجها بالطرائق العادية المألوفة , ذلك ما استدعى الحاجة إلى وجود طرائق غير المألوفة لتمثل حل هذه المسائل , فنكون بحاجة إلى إيجاد الحلول التقريبية للمسائل . في هذه الحال يكون الاتجاه نحو الحلول العددية , و إن عملية الحل العددي هي مجال بحث التحليل العددي . إنَّ دراسة التحليل العددي في الآونة الأخيرة تهتم بتطوير الحلول التقريبية للمسائل العلمية و مقارنة هذه الطرائق , و من ثم اعتماد الطريقة الأفضل في الاستخدام .**

لمحة تاريخية سريعة : **يعود تاريخ دراسة التحليل العددي إلى زمن بعيد , قبل أن تظهر الحاسبات الالكترونية الهائلة , كما أن التحليل العددي يعد حجراً أساس و الجانب النظري التجريدي العميق لعلوم الحوسبة و الحاسبات و الأجهزة الالكترونية , كما أن دور التحليل العددي في إعطاء حلول تقريبية للمسائل التي تكون معقدة ببعض الأحيان يمتد ليشمل المسائل الاقتصادية و التجارية و غيرها ..**

و يرجع الفضل في ذلك إلى عدد من العلماء , نيوتن و غاوص و أولر و لاغرانج و غيرهم .. و من الجدير بالذكر أن العلماء العرب كان لهم مساهمة رئيسية و فعالة في هذا المجال , مثل العالم البيروني الذي وضع مخططات و طرائق في الاستيفاء و غيرها .

و الآن لنقرأ فيما يخص مادة التحليل العددي لطلاب السنة الثانية بقسم الرياضيات – ج البعث

تعد مادة التحليل العددي من أبسط و أسهل مواد السنة الثانية , رغم كونها تحتاج إلى تركيز و تكرار شديدين من الطالب حتى يتمكن من إتقان مفاهيمها و امتلاك الحد المطلوب من المهارة لحل مسائلها و حفظ كم متشعب قليلاً من القوانين فيها, تكمن سهولة المادة بمتعتها و تعاملاتها الرقمية البحتة , حيث يتضح من عنوان المادة أنَّ عملنا بها عددياً بحتاً و يحوي على الكثير من العمليات الحسابية بأرقام قد تكون لدى الأغلبية معقدة ! و من ذلك نشير إلى أهمية و ضرورة امتلاك الطالب إلى آلة حاسبة علمية , كما أنَّنا سنحتاج لها في الفصل الأوَّل من المادة في دراستنا للأنظمة العددية , دوناً عن كون الوقت المُخصَّص لامتحان المادة (ساعة و نصف) غالباً ما لا يكفي الطالب للقيام بعمليات حسابية ضمنية بأسئلة الامتحان على ورق المسوَّدة , و نشير إلى أنه ليس لهذه العمليات الحسابية نصيب في توزيع الدرجات بسلم التصحيح , و بذات الوقت الوقوع في غلط أثناء إجراء هذه العمليات يؤدي و لاشك بذلك إلى خسارة درجات , لكون الخطأ بأحد طلبات مسألة قد يؤدي لخطأ آخر في طلب يتعلق بالطلب الوارد فيه الخطأ دوناً عن خسارة الطالب للدرجة المخصصة لجواب الطلب , لذا نكرر النصيحة بضرورة امتلاك الطالب لآلة حاسبة علمية لضمان دقة عمله .. ليسَ إلَّا !

تتوافر هذهِ الآلة الحاسبة لدى مكتبة تشرين

فيما يخص الآلة الحاسبة العلمية : ..



الآلة التي ينصح بها و التي تفي بغرض العمل لطلاب الرياضيات بشكل عام , و لدراسة مادة التحليل العددي على وجه الخصوص , هي من نوع :

$fx-991ES\ PLUS$, ماركة Casio .

(في المحاضرة القادمة (الثانية) , وبعد انتهائنا من دراسة النظام الست عشري و العمليات عليه , سنخصص فقرة نوضح و نشرح فيها كيفية استخدام هذه بموضوع الأنظمة العددية)

بالنسبة للحضور : ينصح و بشدة حضور محاضرات الدكتور حامد عباس مدرس المادة .

بالنسبة للمرجع الرئيسي لدراسة المادة : كتاب الدكتور حامد عباس , متوافر بمكتبة المطالعة بكلية العلوم بالطابق الرابع , و على الأغلب هذا الكتاب غير متوافر بمستودع بيع الكتب بالطابق الأرضي .

ما قبل الختام .. نورد فيما يلي عناوين الفصول الستة و الفقرات الرئيسية التي سنقوم بدراستها :

الفصل الأول : أنظمة العد و حساب الأخطاء

ندرس في هذا الفصل أنظمة العد , و نركز على النظام الثنائي و النظام الست عشري , و علاقة كل منهما بالنظام العشري , و العمليات الحسابية في كل منهما , كما سندرس حساب الأخطاء .

الفصل الثاني : الاستيفاء و جداول الفروق .

في هذا الفصل ندرس جداول الفروق و طرائق استيفاء كثيرات الحدود لدوال مختلفة و تقريب تلك الدوال .

الفصل الثالث : الحلول العددية للمعادلات الخطية .

ندرس في هذا الفصل الحلول العددية للمعادلات الجبرية غير الخطية , و الحلول العددية التقريبية لجملة معادلات غير خطية

الفصل الرابع : الطرائق العددية لحل جملة المعادلات الخطية .

الفصل الخامس : الطرائق العددية للحساب التفاضلي و التكاملي .

الفصل السادس : الطرائق العددية لحل المعادلات التفاضلية .

و بالختام .. نود أن نشير إلى أنَّ هذا العمل هو عمل طلابي تعواني بحت! ..
و يخلو من أي مسؤولية رسمية ! ..

يتم إعداد هذه المحاضرات وفقاً لم تمَّ إعطاؤه بمحاضرات الدكتور حامد عباس .. بالإضافة إلى الاعتماد على الكتاب المقرر .. آملين بذلك أن نوفي المطلوب لدراسة هذه المادة ..
مع أطيب التمنيات بالتوفيق .. داني محفوض ..

سنبدأ في هذه المحاضرة بدراسة الفصل الأول (أنظمة العد و حساب الأخطاء) ..
(تخصص المحاضرتين الأولى و الثانية لدراسة الفصل الأول) ..

مفردات المحاضرة الأولى :

أولاً : مقدمة في أنظمة العد .
ثانياً : النظام الثنائي , التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري , و بالعكس من العشري إلى الثنائي .
ثالثاً : العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

لنبدأ ....

أولاً : مقدمة في أنظمة العد .

بدايةً .. يمكن أن نفهم نظام العد على أنه طريقة عرض الأعداد برسوم محددة و التعامل معها للتعبير عن قيمتها و كيفية تطبيق العمليات الحسابية عليها , حيث لكل نظام عد أسسه الرقمية الخاصة (نفهم ذلك لاحقاً) .
إنَّ أشهر الأنظمة العددية هو النظام (العربي – الهندي) , و أعتيد على تسمية هذا النظام بالنظام العشري .

النظام العشري : Decimal numeral

هو نظام عدد له أساس رقم 10 , و هو من أوسع الأنظمة استخداماً في عالمنا البشري , و سمي بالنظام العشري لأنه يستخدم الرقم 10 أساساً له , أو لأنه يملك عشر أشكال (أرقام) , و إن نظام العد العشري يبدأ من الصفر و حتى التسعة 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 , ثم إن الرقم 10 يعتبر رقم مركب , على حين في عُرفنا نحن البشر أنه بالإمكان العد بعشرة أصابع حتى الرقم عشرة و ذلك أننا نبدأ بالرقم 1 الذي هو أول الأعداد الطبيعية

هل هناك أنظمة عد أخرى ؟ بالطبع نعم .. فالإنسان استخدم أنظمة عد أخرى مثل النظام الإثني عشري و النظام العشريني و النظام الستيني , فمثلاً استخدامنا للساعة لمعرفة الوقت هو استخدام للنظام الستيني , هذه الأنظمة تعتمد على الأعداد 12 و 20 و 60 كأساس (قاعدة) لها على الترتيب , و ذلك ما يعني أنَّ أي عدد طبيعي لا يساوي الواحد و لا الصفر يمكن اعتباره أساساً لنظام عددي , مع العلم أنَّ عدد الأرقام المستخدمة في النظام K مثلاً يساوي العدد K .
كما بعد اكتشاف الآلات الحاسبة و أجهزة الكمبيوتر , استخدم النظام الثنائي و النظام الست عشري , و نشأت أهمية النظام الثنائي بسبب اعتماد الآلات الحاسبة على التيار الكهربائي .

النظام الثنائي : عند مشاهدتك لفيلم خيال علمي أو فيلم يتعلق بالبرمجة و القرصنة الالكترونية , أو على الأقل فيلم (The Matrix) الشَّهير لابد أنك رأيت سلاسل طويلة مكونة من الرقمين 0 و 1 فقط ! مثل هذا :

01100100 01101001001 01100001

هل نتسائل عمّا تعنيه هذه السلاسل ؟ .. تسمى هذه السلاسل بِ"الأعداد الثنائية" , و للوهلة الأولى تبدو هذه السلاسل دون أي معنى , لكنها في الواقع أساس التكنولوجيا التي نستخدمها اليوم ..
و لولاها لما تمكنّا من طباعة هذه المحاضرة على حاسوب شخصي !! ..
أو استخدام الهاتف الشخصي على أقل تشبيه , لنفهم مدى أهمية و عمق ما نتحدث به !! ..

أعداد الثنائية هي نظام عدّ مشابه للنظام العشري و الستيني و غيرها . تستخدم هذه الأعداد في الدارات الكهربائية و الدارات المنطقية , حيث أن جميع جميع الحواسيب و الأجهزة الالكترونية و الحاسوبية تقريباً مبنية على أساسها . و كما قلنا في الصفحة السابقة .. نشأت أهمية النظام الثنائي بسبب اعتماد الآلات الحاسبة على التيار الكهربائي , الذي يمر عبر شبكة معينة و يعبّر عن هذه الحالة بالرقم 1 أو يتوقف عند المرور و يعبَّر عن هذه الحالة بالرقم 0 .

فأمَّا النظام الست عشري ..

النظام الست عشري : يستخدم هذا النظام في بعض الآلات الحاسبة الكبيرة , و يعتمد على العدد 16 كأساس له , و يمكن التعبير أن أي عدد في هذا النظام بواسطة الرموز التالية :

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,a,b,c,d,e,f

حيث أن الرمز a يقابل العدد 10 و الرمز b يقابل العدد 11 و الرمز c يقابل العدد 12 و الرمز d يقابل العدد 13 و الرمز e يقابل العدد 14 و الرمز f يقابل العدد 15 . مع ملاحظة أن هذا النظام يعطي أجوبة ذات دقة أكثر دقة مما هي عليه في حال النظامين العشري و الثنائي ..

سندرس بالتفصيل النظام الثنائي و النظام الست عشري , و علاقة كل منهما بالنظام العشري و طريقة التحويل من نظام لآخر , و العمليات الحسابية في كل من النظامين .

سندرس في هذه المحاضرة النظام الثنائي , التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري , و بالعكس من العشري إلى الثنائي , العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

فأما النظام الست عشري و العمليات الحسابية على النظام الست عشري , و حساب الأخطاء نتركها للمحاضرة الثانية ..

.. (.. أي الفصل الأوَّل من المادة سندرسه في المحاضرتين الأولى و الثانية ..) ..

قبل أن ندخل بفقرة (النظام الثنائي و التحويل من النظام الثنائي إلى العشري و بالعكس) , سنورد فيما يلي كيفية كتابة أي عدد مكتوب بنظام ما , بدلالة أساس هذا النظام :

بدايةً .. إذا كان عدد ما مكتوب بالنظام العشري , كيف نقوم بكتابته بدلالة أساس النظام العشري ؟

أي بدلالة العدد 10 .. ؟ لِنَرَى ...

ليكن لدينا العدد Z في النظام العشري , فإن هذا العدد Z يكتب بدلالة الأساس 10 كما يلي :

ليكن لدينا العدد Z في النظام العشري و نعبِّر عن ذلك بالرمز $(Z)_{10}$, فإن هذا العدد Z يكتب بدلالة الأساس 10 كما يلي :

$(z)_2 = (b_n b_{n-1} b_{n-2} b_{n-3} \dots b_3 b_2 b_1 b_0)_2$, حيث أن كل من b_0 و b_1 و b_2 و .... و b_{n-1} و b_n هي أحد الأرقام من 1 حتى 9 , فإن :

$$(z)_{10} = b_n \times 10^n + b_{n-1} \times 10^{n-1} + b_{n-2} \times 10^{n-2} + \dots + b_2 \times 10^2 + b_1 \times 10^1 + b_0 \times 10^0$$

نَدرس مثال : مثلاً لو أخذنا العدد $Z = 6754$, و هو عدد مكتوب بالنظام العشري , لنكتب هذا العدد بدلالة الأساس 10 : $(z)_{10} = (6754)_{10} = 6 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1$.

تمرّن : اكتب العدد $(45731)_{10}$ بدلالة الأساس 10 .

درسنا فيما سبق الحالة التي يكون في فيها العدد مكتوب بالنظام العشري و يراد كتابته بدلالة الأساس 10 هو عدداً صحيحاً , و لآن سوف نرى الحالة التي يكون هذا العدد هو عدداً عشرياً ..

ليكن لدينا العدد العشري Z مكتوب في النظام العشري : $(z)_{10} = b_{-1}b_{-2}b_{-3}\ldots.b_{-n}$, فيكتب هذا العدد بالنظام العشري كما يلي : $(z)_{10} = b_{-1}\times 10^{-1} + b_{-2}\times 10^{-2} + b_{-3}\times 10^{-3} + \ldots + b_{-n}\times 10^{-n}$

ندرس مثال : مثلاً لو أخذنا العدد $Z = 0.1874$, و هو عدد مكتوب بالنظام العشري , لنكتب هذا العدد بدلالة الأساس 10 : $(z)_{10} = (0.6754)_{10} = 1\times 10^{-1} + 8\times 10^{-2} + 7\times 10^{-3} + 4\times 10^{-4}$.

مثال آخر : مثلاً لو أخذنا العدد $Z = 6754.1874$, و هو عدد مكتوب بالنظام العشري , لنكتب هذا العدد بدلالة الأساس 10 : $(z)_{10} = (6754.1874)_{10} =$

$$= 6\times 10^{4} + 7\times 10^{3} + 5\times 10^{2} + 4\times 10^{1} + 1\times 10^{-1} + 8\times 10^{-2} + 7\times 10^{-3} + 4\times 10^{-4}$$

تمرّن : اكتب العدد $(0.5132)_{10}$ بدلالة الأساس 10 .

تمرّن : اكتب العدد $(9870.345)_{10}$ بدلالة الأساس 10 .

ثانياً : النظام الثنائي , و التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري , و بالعكس من العشري إلى الثنائي .

كما قلنا .. يتألف هذا النظام من رقمين هما 0 و 1 فقط , و من المعلوم أن أي عدد في النظام العشري يكتب بدلالة الأرقام من واحد حتى تسعة فقط ! , و على ذات المبدأ أي عدد في النظام الثنائي يكتب فقط بدلالة الرقمين 0 و 1 فقط ! , و كما قلنا سابقاً , (على ذات المبدأ) يمكن كتابة أي عدد بالنظام الثنائي بدلالة أساس هذا النظام أي العدد 2 كما يلي: $(z)_2 = (b_n b_{n-1}\ldots b_1 b_0\ ,\ b_{-1}b_{-2}\ldots b_{-m})_2$ نكتبه بدلالة الأساس 2 كما يلي:

$$(z)_2 = b_n\times 2^{n} + b_{n-1}\times 2^{n-1} + \cdots + b_1\times 2^{1} + b_0\times 2^{0} + b_{-1}\times 2^{-1} + b_{-2}\times 10^{-2} + \cdots + b_{-n}\times 10^{-n}$$

حيث أن كل من b_0 و b_1 و b_2 و .... و b_{n-1} و b_n و b_0 و b_{-1} و b_{-1} و .... و b_{1-m} و b_m , هي أحد الرمزين (الرقمين) 0 أو 1 . – **تمرَّن** – : اكتب العدد $(1101.101)_2$ بدلالة أساس النظام الثنائي (أي بدلالة العدد 2).

بما أننا اعتدنا على التعامل بالنظام العشري و نفضل دوماً الحساب بهذا النظام و إجراء العمليات الحسابية من خلاله , و بسبب السهولة التي يتصف بها في التعبير عن الأعداد , فلا بد من دراسة كيفية التحويل من النظام العشري إلى بقية الأنظمة و بالعكس , و بشكل خاص , كيفية التحويل من النظام العشري إلى كل من النظامين الثنائي و الست عشري و العكس أيضاً .

نتعلَّم فيما يلي كيفية التحويل من النظام الثنائي إلى العشري :

لتحويل أي عدد من النظام الثنائي إلى النظام العشري , يكفي أن نقوم بكتابة هذا العدد بدلالة أساس النظام الثنائي (أي بدلالة العدد 2) , ثم بإجراء العمليات الحسابية الناتجة نحصل على هذا العدد بالنظام العشري .

ندرس مثال : لنقم بتحويل العدد $(1100101.1011)_2$ إلى النظام العشري :

$$(1100101.1011)_2 = 1\times 2^{5} + 1\times 2^{4} + 0\times 2^{3} + 0\times 2^{2} + 1\times 2^{1} +$$
$$+ 1\times 2^{0} + 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3} + 1\times 2^{-4}$$
$$= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = (53.6875)_{10}$$

تمرَّن : اكتب كل من الأعداد الآتية (المكتوبة بالنظام الثنائي) بالنظام العشري :

$(1011011.0111)_2 = (\ldots)_{10}$ $\qquad$ $(100100.1001)_2 = (\ldots)_{10}$

و الآن نتعلم العكس .. كيفية التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي :

العدد الصحيح : لتحويل العدد الصحيح من النظام العشري إلى النظام الثنائي نقسِّم هذا العدد على الأساس 2 و نأخذ باقي القسمة (و يكون حصراً 0 أو 1) الذي نعتبره الرَّقم الأوَّل من الناتج من جهة اليمين , ثم نأخذ ناتج القسم السابقة و نقسمه مرة أخرى على الأساس 2 و يكون باقي القسمة في عملية القسمة الثانية هو الرقم الثاني من الناتج , و نستمر في هذه العملية حتى نحصل على الباقي الأخير و الذي هو الرقم الأخير من الناتج.

ندرس مثال : اكتب العدد $(125)_{10}$ بالنظام الثنائي .   الحل :

125/2=62	;	و الباقي	$b_0=1$
62/2=31	;	و الباقي	$b_1=0$
31/2=15	;	و الباقي	$b_2=1$
15/2=7	;	و الباقي	$b_3=1$
7/2=3	;	و الباقي	$b_4=1$
3/2=1	;	و الباقي	$b_5=1$
1	;	و الباقي	$b_6=1$

نرتب الأعداد $b_0,b_1,b_2...,b_6$ بشكل تراجعي نحصل على العدد في النظام الثنائي:

$$(125)_{10}=(1111101)_2$$

مثال آخر: اكتب العدد $(215)_{10}$ بالنظام الثنائي .   الحل :

215/2=107	;	و الباقي	$b_0=1$
107/2=53	;	و الباقي	$b_1=1$
53/2=26	;	و الباقي	$b_2=1$
26/2=13	;	و الباقي	$b_3=0$
13/2=7	;	و الباقي	$b_4=1$
7/2=3	;	و الباقي	$b_5=0$
3/2=1	;	و الباقي	$b_6=1$
1	;	و الباقي	$b_7=1$

و بالتالي فإن العدد المطلوب يكتب على الشكل التالي:

$$(215)_{10}=(11010111)_2$$

أما إذا كان العدد المطلوب تحويله من النظام العشري إلى الثنائي عدداً عشرياً أو كسرياً ..

القسم الكسري : نضرب القسم الكسري بالأساس 2 و نأخذ القسم الصحيح الناتج من عملية الضرب السابقة و نضربه بالأساس 2 و نعتبر القسمة الصحيح الناتج عن هذه العملية الرقم الثاني من الناتج , و نستمر في هذه العملية حتى نحصل على قسم كسري معدوم , و في هذه الحالة يكون العدد منتهياً , أو حتى نحصل على قسم كسري غي معدوم , و في هذه الحالة يكون العد غير منهياً , أو حتى نحصل على قسم كسري مرَّ سابِقاً , و يكون حينها هذا العد مُكرَّراً , و في هذه الحالة يجب تحديد العدد المكرر .

ندرس مثال : اكتب العدد $(0.325)_{10}$ بالنظام الثنائي .   الحل :

$0.325\times2=0.65 \Rightarrow b_{-1}=0$
$0.65\times2=1.3 \Rightarrow b_{-2}=1$
$0.3\times2=0.6 \Rightarrow b_{-3}=0$
$0.6\times2=1.2 \Rightarrow b_{-4}=1$
$0.2\times2=0.4 \Rightarrow b_{-5}=0$
$0.4\times2=0.8 \Rightarrow b_{-6}=0$
$0.8\times2=1.6 \Rightarrow b_{-7}=1$

0.6 مكرر

نلاحظ أن هذا العدد غير منته في النظام الثنائي ، و يكتب على الشكل التالي:

$(0.325)_{10}=(0.010\ 1001\ 1001\ \ldots)_2$

مثال آخر: اكتب العدد $(345.425)_{10}$ بالنظام الثنائي .   الحل :

نحوّل أولاً القسم الصحيح من هذا العدد:

$345/2=172 \Rightarrow b_0=1$
$172/2=86 \Rightarrow b_1=0$
$86/2=43 \Rightarrow b_2=0$
$43/2=21 \Rightarrow b_3=1$
$21/2=10 \Rightarrow b_4=1$
$10/2=5 \Rightarrow b_5=0$
$5/2=2 \Rightarrow b_6=1$
$2/2=1 \Rightarrow b_7=0$
$1 \Rightarrow b_8=1$

نحوّل الآن القسم الكسري من العدد:

$0.425\times2=0.85 \Rightarrow b_{-1}=0$

$0.85\times2=1.7 \Rightarrow b_{-2}=1$
$0.7\times2=1.4 \Rightarrow b_{-3}=1$
$0.4\times2=0.8 \Rightarrow b_{-4}=0$
$0.8\times2=1.6 \Rightarrow b_{-5}=1$
$0.6\times2=1.2 \Rightarrow b_{-6}=1$
$0.2\times2=0.4 \Rightarrow b_{-7}=0$

0.4 مكرر

و بالتالي فإن العدد المطلوب يكتب في النظام الثنائي كما يلي:

$(345.425)_{10}=(101011001.011\ 0110\ 0110\ \ldots)_2$

تمرَّن : اكتب العدد $(53.6875)_{10}$ بالنظام الثنائي . $(53.6875)_{10} = (\dots)_2$

سوف نذكر فيما يلي بعض الأعداد في النظام العشري و مقابلاتها في النظام الثنائي :

$(3)_{10} = (\dots)_2$	$(2)_{10} = (10)_2$	$(1)_{10} = (1)_2$
$(6)_{10} = (110)_2$	$(5)_{10} = (101)_2$	$(4)_{10} = (\dots)_2$
$(9)_{10} = (\dots)_2$	$(8)_{10} = (1000)_2$	$(7)_{10} = (111)_2$
$(12)_{10} = (1100)_2$	$(11)_{10} = (\dots)_2$	$(10)_{10} = (1)_2$
$(15)_{10} = (1111)_2$	$(14)_{10} = (1110)_2$	$(13)_{10} = (\dots)_2$

الفراغات الموجودة تترك كتمرين للقارئ ليملأها ..

ثالثاً : العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

عملية الجمع : عند إيجاد مجموع عددين في النظام الثنائي , نتبع القاعدة الآتية :

$(0)_2 + (0)_2 = (0)_2 \;,\; (1)_2 + (0)_2 = (1)_2 = (0)_2 + (1)_2 \;,\; (1)_2 + (1)_2 = (10)_2$

و نجري الجمع في النظام الثنائي كما نجري الجمع في النظام العشري .

ندرس مثال ... أوجد ناتج جمع كل مما يلي :

$(11001)_2 + (1011)_2$ | $(101101)_2 + (1011)_2$

```
  1 1 1
  11001
   1011 +
 ------
 100100
```

```
 1 11
 101101
   1011 +
 ------
 111000
```

في عملية الجمع : انتبه لأهمية وضع و توضيح الأرقام المحمولة في الأعلى , حيثُ أنَّ التصحيح في الامتحان و توزيع الدرجات يكون على أساسها و ليس على أساس الناتج أو أي خطوة أخرى في السؤال , بل فقط على الأعداد المحمولة .

عملية الطرح : تتم بشكل معاكس لعملية الجمع , و تشبه عملية الطرح في النظام العشري , و ننتبه لما يلي :

$(0)_2 - (0)_2 = (0)_2 \;,\; (1)_2 - (1)_2 = (0)_2 \;,\; (1)_2 + (0)_2 = (1)_2 \;,\; (10)_2 - (1)_2 = (1)_2$

ندرس مثال ... أوجد ناتج طرح كل مما يلي :

$(1101111)_2 - (101101)_2$ | $(11101101)_2 + (110111)_2$

```
  1101111
   101101-
  -------
  1000010
```

```
   10
   0̸10
 11101101
   110111-
 --------
 10110110
```

في عملية الطرح : انتبه لأهمية توضيح الاستعارات التي تحصل بين المراتب في العملية في الأعلى , حيثُ أنَّ التصحيح في الامتحان و توزيع الدرجات يكون على أساسها و ليس على أساس الناتج أو أي خطوة أخرى في السؤال , بل فقط على ما ذُكر .

عملية الضَّرب : إن عملية الضرب في النظام الثنائي كما تتم عملية الضرب في النظام العشري , و ننتبه لما يلي :

$(1)_2 \times (1)_2 = (1)_2 \quad , \quad (1)_2 \times (0)_2 = (0)_2 \quad , \quad (0)_2 \times (0)_2 = (0)_2$

ندرس مثال ... أوجد ناتج الضرب فيما يلي : $(11101)_2 \times (101)_2$

الحل :

```
   11101
     101  ×
 --------
   11101
  00000
 11101    +
 --------
 10010001
```

عملية القسمة : إن عملية الضرب في النظام الثنائي كما تتم بشكل معاكس لعملية الضرب في النظام العشري .

ندرس مثال : $(101101)_2 \div (101)_2$

الحل :

```
          1001
 101 | 101101
       101      −
       ------
       000101
          101   −
       ------
          000
```

تمارين للتدريب :

1) $(101101)_2 + (1011)_2$
2) $(10011011)_2 - (1101)_2$
3) $(1101101)_2 \times (101)_2$
4) $(11011)_2 \div (1001)_2$

نتوقَّف في المحاضرة الأولى عند العمليات على النظام الثنائي .. و نكمل في المحاضرة القادمة (الثانية) .. في النظام الست عشري و العمليات على النظام الست عشري , و حساب الأخطاء , لنكون بذلك قد أنهينا دراسة الفصل الأول من المادة .. كما سنورد شرحاً تفصيلياً لكيفية الاستفادة من الآلة الحاسبة في موضوع الأنظمة العددية ..

انتهت المحاضرة النظرية الأولى .. مع أطيب التمنيات بالتوفيق .. داني محفوض ..